

УДК 636.085.67+631.95

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОСТУПЛЕНИЯ И ВЫВЕДЕНИЯ $^{137}\text{Cs}$ ИЗ ОРГАНИЗМА КРУПНОГО РОГАТОГО СКОТА ПРИ ХРОНИЧЕСКОМ ПОТРЕБЛЕНИИ ЗАГРЯЗНЕННОГО КОРМА

© 2005 г. Е. В. Спирин\*

ВНИИ сельскохозяйственной радиологии и агроэкологии РАСХН, Обнинск

Разработана двухкамерная математическая модель поступления и выведения  $^{137}\text{Cs}$  из организма крупного рогатого скота при хроническом потреблении загрязненного корма, учитывающая зависимость всасывания радионуклида из желудочно-кишечного тракта от возраста. Параметры модели найдены на основе данных эксперимента на телятах с хроническим оральным потреблением загрязненного корма. В соответствии с моделью и экспериментом коэффициент перехода  $^{137}\text{Cs}$  в мышечную ткань через месяц после рождения достигает максимальной величины 56% от дневного поступления на 1 кг ткани. Равновесные процессы поступления и выведения радионуклида наступают по модели через 2 года после рождения телят. Равновесный коэффициент перехода для мышц у взрослых животных составляет приблизительно 2.8% от дневного поступления на 1 кг ткани. Из-за изменения с возрастом коэффициента всасывания  $^{137}\text{Cs}$  в желудочно-кишечном тракте дозы внутреннего облучения телят за первые 2 года выше доз за любые последующие 2 года примерно в 5 раз.

*Математическая модель,  $^{137}\text{Cs}$ , крупный рогатый скот, возраст животных.*

Общепринятым методом описания поступления и выведения радионуклидов из организма животных является построение многокамерных моделей обмена и решение дифференциальных уравнений для содержимого камер в приближении пропорциональности скорости выведения радионуклидов их количеству в соответствующей камере [1] (так называемое приближение первого рода). Выбор количества камер в моделях и параметризацию производят на основе экспериментальных данных для каждого вида животных и отдельных групп радионуклидов, близких по биохимическим свойствам. Очевидно, что чем больше камер, тем лучше можно описать экспериментальные данные, однако при этом более сложно определить параметры каждой камеры. Часто экспериментальных данных может быть недостаточно для параметризации модели. Поэтому исследователь должен выбрать наиболее оптимальный вариант модельного описания метаболизма радионуклидов исходя из объема экспериментальной информации.

Целью настоящей работы является разработка простой математической модели, описывающей поступление и выведение  $^{137}\text{Cs}$  в организм сельскохозяйственных животных при хроническом потреблении загрязненного корма и учиты-

вающей изменения в метаболизме радионуклида с возрастом.

Для описания предлагается модель, состоящая из двух камер, каждая со своим каналом выведения. В данном представлении (рис. 1) первая камера объединяет кровь и систему обмена с легко выводимой из организма частью цезия. Вторая камера представляет собой систему обмена трудно выводимой части радионуклида (связанное состояние радионуклида в тканях животного).

В соответствии со схемой на рис. 1, общая активность в организме животного состоит из суммы активностей  $Q_1$  и  $Q_2$  в камерах. Величина  $q$  характеризует скорость поступления в организм радионуклида, а величины  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  являются параметрами модели. Система дифференциальных уравнений, описывающая транспорт радионуклида по этой модели при хроническом поступлении загрязненного корма с постоянной удельной активностью начиная с возраста животного  $T_n$ , выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_1(T_n, t)}{dt} &= -\lambda_1 Q_1(T_n, t) + q(T_n, t) \\ \frac{dQ_2(T_n, t)}{dt} &= -\lambda_2 Q_2(T_n, t) + a_2 \lambda_1 Q_1(T_n, t) \end{aligned} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} Q_1(T_n, 0) &= 0 \\ Q_2(T_n, 0) &= 0, \end{aligned}$$

\*Адресат для корреспонденции: 249030 г. Обнинск, Калужская обл., Киевское ш., 109 км, ВНИИСХРАЭ; тел.: (08439) 7-48-93; e-mail: spirin@riar.obninsk.org.

где  $q(T_n, t) = Jf(T_n, t)$  – скорость поступления активности в организм животного в момент времени  $t$  (отсчет времени ведется от начала поступления радионуклида в организм), Бк/сут;  $J$  – поступающая в желудочно-кишечный тракт (ЖКТ) активность в единицу времени, Бк/сут;  $f(T_n, t)$  – доля активности, поступающей из ЖКТ в организм животного в момент времени  $t$ , отн. ед.;  $a_1 + a_2 = 1$ ,  $\lambda_1, \lambda_2$  – константы скорости выведения радионуклида из камер 1 и 2 соответственно, 1/сут;  $T_n$  – возраст животного в начале потребления загрязненного корма, сут.

После прекращения поступления радионуклида в организм животного система дифференциальных уравнений выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_1(T_o, t)}{dt} &= -\lambda_1 Q_1(T_o, t) \\ \frac{dQ_2(T_o, t)}{dt} &= -\lambda_2 Q_2(T_o, t) + a_2 \lambda_1 Q_1(T_o, t) \end{aligned} \quad (2)$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} Q_1(T_o, 0) &= Q_1(T_n, T_o) \\ Q_2(T_o, 0) &= Q_2(T_n, T_o), \end{aligned}$$

где  $t$  – время, прошедшее после окончания потребления загрязненного корма, сут;  $T_o$  – возраст животного в момент окончания потребления загрязненного корма, сут;  $Q_1(T_n, T_o), Q_2(T_n, T_o)$  – решение системы уравнений (1) при  $t = T_o$ .

Из эксперимента на телятах [2] известно, что выведение <sup>137</sup>Cs из организма крупного рогатого скота (КРС) после длительного кормления загрязненным кормом хорошо описывается двумя экспонентами. При этом удельная активность мягких тканей телят раннего возраста (60 сут) на момент прекращения поступления радионуклида имеет максимальное значение, приблизительно 50% от дневного поступления на 1 кг ткани, а далее с возрастом значительно снижается. Такое изменение может быть объяснено уменьшением коэффициента всасывания <sup>137</sup>Cs с возрастом. Действительно, в соответствии с работой [3] коэффициент всасывания имеет максимальное значение в раннем возрасте и со временем постепенно уменьшается до некоторой постоянной величины. Для учета возрастной зависимости коэффициента всасывания в модель животного была введена функция изменения поступления радионуклида в организм животных в виде

$$f = a + be^{-\mu t}, \quad (3)$$

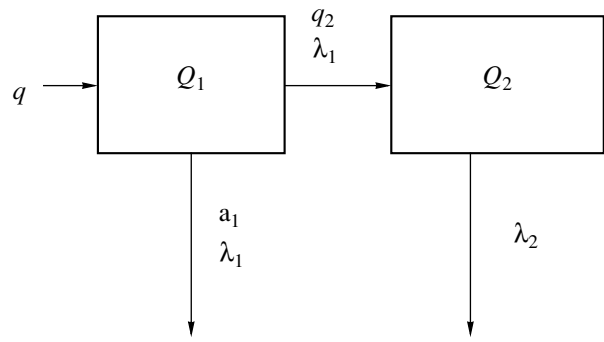


Рис. 1. Камерная модель транспорта <sup>137</sup>Cs в организме крупного рогатого скота.

где  $a$  и  $b$  – постоянные коэффициенты, отн. ед.;  $\mu$  – константа скорости изменения функции перехода радионуклида в организм из ЖКТ, сут<sup>-1</sup>;  $t$  – возраст животного, сут.

Решение системы (1)

$$\begin{aligned} Q_1(t) &= J \left[ \frac{a}{\lambda_1} + \frac{be^{-\mu T_n}}{\lambda_1 - \mu} e^{-\mu t} - \left( \frac{a}{\lambda_1} + \frac{be^{-\mu T_n}}{\lambda_1 - \mu} \right) e^{-\lambda_1 t} \right] \\ Q_2(t) &= a_2 J [A + B e^{-\mu t} - (C + D) e^{-\lambda_1 t} - \\ &\quad - (A + B - C - D) e^{-\lambda_2 t}]. \end{aligned} \quad (4)$$

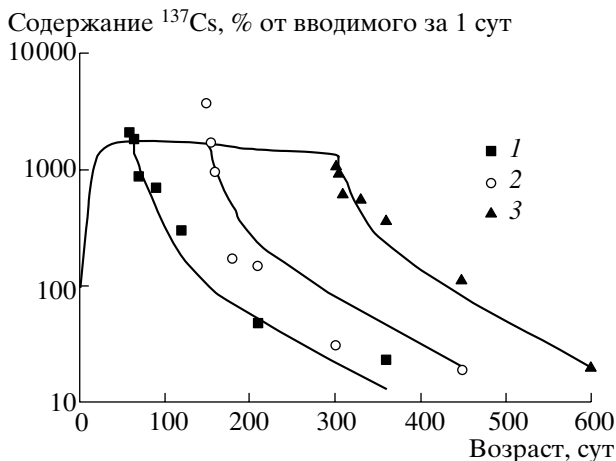
где

$$\begin{aligned} A &= \frac{a}{\lambda_2}; \quad B = \frac{b\lambda_1 e^{-\mu T_n}}{(\lambda_1 - \mu)(\lambda_2 - \mu)}; \\ C &= \frac{a}{\lambda_2 - \lambda_1}; \quad D = \frac{b\lambda_1 e^{-\mu T_n}}{(\lambda_1 - \mu)(\lambda_2 - \lambda_1)}. \end{aligned}$$

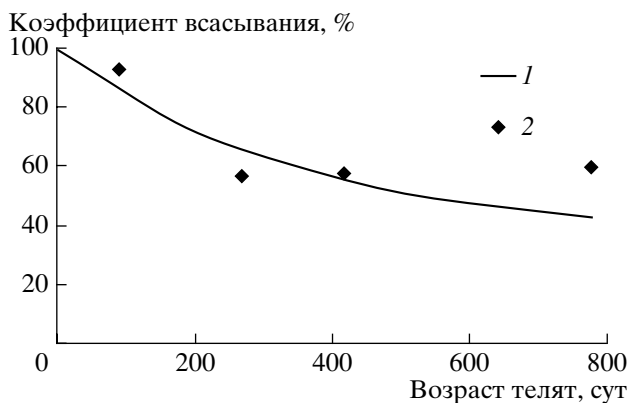
После  $T$  сут потребления загрязненного корма и перехода на чистые корма (с отсчетом времени

Параметры модели поступления и выведения <sup>137</sup>Cs из организма телят

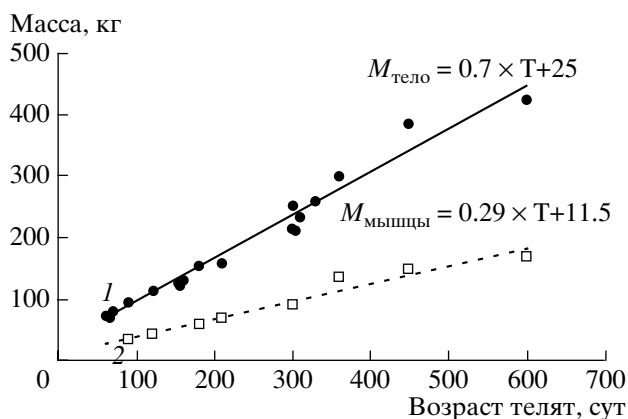
Параметры модели	Значения параметров
$a$ , отн. ед.	0.35
$b$ , отн. ед.	0.65
$\mu$ , сут <sup>-1</sup> (период полууменьшения, сут)	0.00277 (250)
$a^2$ , отн. ед.	0.04
$\lambda_1$ , сут <sup>-1</sup> (период полувыведения, сут)	0.0533 (13)
$\lambda_2$ , сут <sup>-1</sup> (период полувыведения, сут)	0.00924 (75)



**Рис. 2.** Изменение содержания  $^{137}\text{Cs}$  в организме телят при хроническом потреблении загрязненного корма и после прекращения поступления радионуклидов. (линии – расчет, значки – эксперимент [4]; 1 – после 60 сут потребления, 2 – после 150 сут потребления, 3 – после 300 сут потребления).



**Рис. 3.** Изменение функции перехода  $^{137}\text{Cs}$  в организм животных и коэффициента всасывания радионуклидов из ЖКТ телят разного возраста (1 – модель; 2 – эксперимент [3]).



**Рис. 4.** Изменение массы тела и мышечных тканей телят с возрастом [4] (1 – тело в целом; 2 – мышцы).

после окончания потребления)

$$Q_1(T, t) = J \left[ \frac{a}{\lambda_1} + \frac{be^{-\mu T_n}}{\lambda_1 - \mu} e^{-\mu T} - \left( \frac{a}{\lambda_1} + \frac{be^{-\mu T_n}}{\lambda_1 - \mu} \right) e^{-\lambda_1 T} \right] e^{-\lambda_1 t} \quad (5)$$

$$Q_2(T, t) = a_2 J \left\{ [C + De^{-\mu T} - (C + D)e^{-\lambda_1 T}] e^{-\lambda_1 t} + \left[ -\frac{\lambda_1 C}{\lambda_2} + (B - D)e^{-\mu T} + \left( \frac{\lambda_1 C}{\lambda_2} - B + D \right) e^{-\lambda_2 T} \right] e^{-\lambda_2 t} \right\}$$

В формуле (5)  $T$  – длительность периода от начала потребления до его окончания, а  $t$  отсчитывается от момента окончания потребления загрязненного корма. Благодаря тому, что в функции перехода радионуклида содержится член с экспонентой, приведенные формулы могут быть использованы для выведения формул, учитывающих распад радионуклида или ситуацию с очищением корма по экспоненциальному закону. Здесь они не будут приведены, чтобы не загромождать статью. Следует отметить, что физическим распадом для цезия на временном промежутке от 1 года до 2 или 3 лет можно пренебречь. В этом можно убедиться сравнив данные по константам распада цезия и константам выведения, приведенным далее.

Параметризация модели была проведена по данным эксперимента с хроническим потреблением загрязненного  $^{137}\text{Cs}$  корма на телятах [4]<sup>1</sup>. В качестве наилучшего приближения для входных параметров выбирали значения, удовлетворяющие критерию минимизации суммы квадратов отклонений между логарифмами теоретических и экспериментальных величин общего содержания  $^{137}\text{Cs}$  в организме животных (для теоретической модели общее содержание определяется суммой  $Q_1$  и  $Q_2$ ). Дополнительно для параметризации функции влияния возраста на переход  $^{137}\text{Cs}$  в организм животных учитывали данные по равновесным коэффициентам перехода для взрослых животных, полученных в службах радиологического контроля на территории, загрязненной после Чернобыльской катастрофы [5]. Результаты анализа приведены в таблице 1 и на рис. 2.

<sup>1</sup> Телятам с момента рождения ежедневно в течение 60, 150 и 300 сут вместе с кормом вводили  $^{137}\text{Cs}$  в виде хлорида цезия с рН ~ 3. После этого в 1-й день, а также через 5, 10, 30, 60, 150 и 300 сут после прекращения введения  $^{137}\text{Cs}$ , забивали по 3 животных для измерения удельной активности проб крови, мягких тканей и скелета.

Из рис. 2 видно, что несмотря на значительные расхождения в отдельных временных точках для телят возрастом 150 сут, в целом наблюдается хорошее согласие между теоретическими и экспериментальными данными, особенно для телят возрастом 60 и 300 сут. Сопоставление расчетных данных функции поступления  $^{137}\text{Cs}$  в организм животных с экспериментальными данными коэффициента его всасывания из ЖКТ из работы [3] также показывает удовлетворительное согласие (рис. 3).

Для дозиметрических исследований необходимо знать удельную активность радионуклидов в теле животного в целом при расчете доз  $\gamma$ -излучения и удельную активность в мягких тканях животного при расчете доз  $\beta$ -излучения. Анализ эксперимента [4] позволил установить практически линейный рост массы тела, мышечных (рис. 4), паренхиматозных и др. тканей телят со временем вплоть до возраста 600 сут.

При расчете доз внутреннего облучения необходимо учитывать, что кровь также распределена по организму. Уравнение регрессии, описывающей прирост мышечной ткани вместе с кровью, имеет вид:

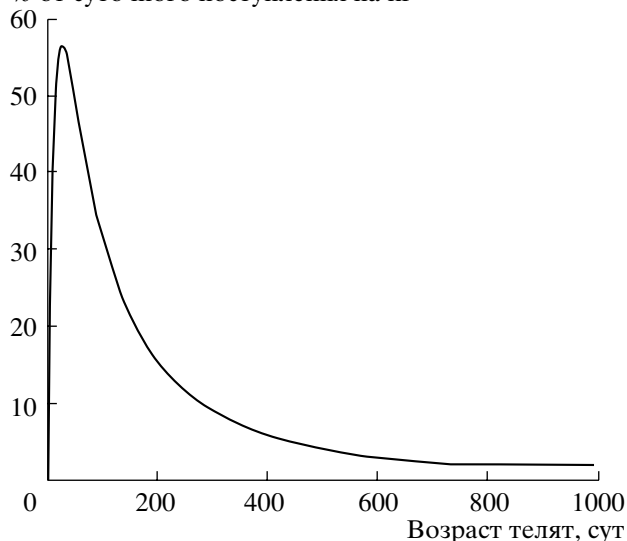
$$M_{\text{м+к}} = 0.36T + 11.7, \quad (6)$$

где  $M$  масса, кг;  $T$  – возраст телят, сут.

Одновременно было найдено, что содержание радионуклида в мышечных тканях вместе с кровью относительно его содержания во всем теле практически не зависит от времени и составляет в среднем  $(85 \pm 6)\%$ , а только в мышцах –  $(84 \pm 8)\%$ . Поскольку содержание радионуклида в мышцах вместе с кровью практически одно и то же, что и без крови, удельная активность в мышцах без крови выше удельной активности в мышцах вместе с кровью приблизительно на 22%. Это важно знать не для дозиметрических исследований, а при расчете загрязнения продукции животноводства и проведения радиационного контроля.

Изменение удельной активности  $^{137}\text{Cs}$  в мышцах телят (вместе с кровью) от времени приведено на рис. 5. При расчете предполагалось, что масса линейно увеличивается до возраста 700 сут, а затем остается постоянной. Из рисунка видно, что коэффициент перехода сильно зависит от возраста и имеет максимальное значение 56% приблизительно через 1 мес. после рождения и потребления  $^{137}\text{Cs}$ . Равновесные процессы поступления и выведения радионуклида наступают по модели через два года после рождения телят и

Удельная активность  $^{137}\text{Cs}$  в мышцах телят, % от суточного поступления на кг



**Рис. 5.** Изменение с возрастом удельной активности  $^{137}\text{Cs}$  в мышцах телят при постоянном потреблении загрязненного корма.

коэффициент перехода у взрослых животных составляет 2.8%. Следует отметить, что из-за изменения с возрастом удельной активности в организме крупного рогатого скота при одинаковом ежедневном потреблении  $^{137}\text{Cs}$  дозы внутреннего облучения за первые два года жизни телят будут выше доз облучения за любые последующие 2 года примерно в 5 раз.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осанов Д.П., Лихтарев И.А.* Дозиметрия излучений инкорпорированных радиоактивных веществ. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Атомиздат, 1977. 200 с.
2. *Сельскохозяйственная радиоэкология* / Под. ред. Алексахина Р.М., Корнеева Н.А. М.: Экология, 1992. 400 с.
3. *Корнеев Н.А., Сироткин А.Н., Корнеева Н.В.* Снижение радиоактивности в растениях и продуктах животноводства. М.: Колос, 1977. 208 с.
4. *Корнеев Н.А., Сироткин А.Н.* Основы радиоэкологии сельскохозяйственных животных. М.: Энергоатомиздат, 1987. 208 с.
5. *Калмыков М.В.* Радиационный контроль и мониторинг сельскохозяйственной продукции в условиях глобальных и локальных радиоактивных выпадений. Автореф. дис. ... канд. биол. наук. М., 2001. 23 с.

Поступила в редакцию  
12.05.2004 г.

## **A Mathematical Model of $^{137}\text{Cs}$ Uptake and Removal from the Body of Cattle in the Event of Chronic Consumption of Contaminated Fodder**

**E. V. Spirin**

*Russian Institute of Agricultural Radiology and Agroecology, Obninsk, 249030 Russia:  
e-mail: spirin@riar.obninsk.org*

A two-chamber mathematical model of  $^{137}\text{Cs}$  uptake and removal from the body of cattle chronically consuming contaminated fodder has been developed; the model takes into account age dependence of radionuclide absorption from the gastro-intestinal tract. The model parameters were taken from the experiment on calves with chronic peroral uptake of contaminated fodder. In accordance with the model and experiment,  $^{137}\text{Cs}$  transfer factor to the muscular tissue one month after birth reaches a maximum value of 56% of the daily uptake per 1 kg of the tissue. By the model, the equilibrium processes of uptake and removal set in two years after the calves birth.. The equilibrium TF for muscles in adults approximates 2.8% of the daily uptake per 1 kg tissue. Because of  $^{137}\text{Cs}$  absorption from the gastro-intestinal tract changes with age, doses of internal exposure of calves over the first two years will be about 5 times higher than doses for any one of the two subsequent years. Mathematical model,  $^{137}\text{Cs}$ , cattle, animal age.